三角形で生成される多面体
The polyhedrons based on triangles

吉川　桃世　　Momoyo Yoshikawa

京都大学大学院　情報学研究科　複雑系科学専攻
Graduate School of Informatics, Kyoto University Mail: momoyo@acs.i.kyoto-u.ac.jp

概 要

There are many graphic forms which have some symmetries. We want to construct polyhedrons which are based on triangles.We defined P,Q, and R are vertices, p, q, and r are indexes of rotation symmetry.

Keywords
Polyhedron, Euler characteristic, topology.

1　はじめに

三角形の各頂点に回転対称性の条件を与え，生成される多面体の考察を行う．各頂点を P,Q,R，回転対称性の指数を (p,q,r) とする. 三角形を d 枚貼りあわせて多面体が構成されたときのオイラー標数は,

$$\chi = d(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} - 1) \tag{1}$$

で与えられる. オイラー標数の正負によって，回転対称性指数の組み合わせを 3 つに分類した.

2　多面体の構成

- $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} > 1$ になる組み合わせは，(2,2,n),(2,3,3),(2,3,4),(2,3,5) の 4 通りしか存在しない. これらは全て球面と位相同型な形の多面体である.
- $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1$ になる組み合わせは，(2,2,4),(3,3,3),(2,3,6) の 3 通りしか存在しない. これらは全てトーラスと位相同型な形の多面体である.
- $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} < 1$ になる組み合わせは無限に存在する．本研究では特に，(2,3,n),(3,3,n),(4,4,n) の 3 つのパターンに着目し，効率的な三角形の貼りあわせ方を考えた. その結果，必要最低限の枚数の三角形で多面体が構成できることが分かった.

3　おわりに

本研究で扱った (p,q,r) の組み合わせでは, 予想される最小枚数の三角形を張り合わせて多面体を構成することができた. すべての (p.q.r) の組み合わせにおいて，多面体が構成できるかどうかは未だ分かっていない. すべての組み合わせを網羅し，多面体の存在を証明できるような構成法をこれからも考察していく必要がある.

謝辞

この研究発表は小島定吉教授，宮崎修次講師の支援を受けている.

参考文献

[1] 小島　定吉,『トポロジー入門』, 共立出版, 1998 年.