

3次元空間における反応拡散モデルによる 自己組織的な特徴抽出機能

三浦 一幸 長 篤志 三池 秀敏

山口大学大学院理工学研究科 〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2-16-1

{j502we, osaa, miike}@yamaguchi-u.ac.jp

Self-Organized Feature Extraction in a Three-Dimensional discrete Reaction-Diffusion System

Kazuyuki Miura, Atsushi Osa, and Hidetoshi Miike

Graduated School of Science and Engineering,

2-16-1 Tokiwadai, Ube, Yamaguchi, 755-8611 Japan

Abstract: We investigated self-organized patterns formed by a FitzHugh-Nagumo model in three-dimensional space. We found functional orders detecting edge planes/lines/points of an initial cubic pattern. These edge detections were obtained when parameters were in a discrete region. These functions behaved similarly through one, two, and three-dimensional space in same parameters.

Keywords: FitzHugh-Nagumo Model, Edge Detection, Turing Pattern

1. 研究背景・目的

反応拡散系は自己組織的に現れる時空間的なパターン形成を記述できるモデルである。ある種の魚の皮膚表面に現れるチューリングパターンや BZ (Belousov-Zhabotinsky) 反応に見られる空間パターンは実在する自己組織パターンの一例である。光感受性 BZ 反応 (KUHNER et al. (1989)) は、光照射による入力画像に対し一種の画像処理のように振舞い、エッジ (輪郭) パターンなどを発生させるが、実用的な画像処理に応用するためにはパターンを静止させる手順が必要になる。一方、NOMURA et al. (1999) は反応拡散系の一環である FitzHugh-Nagumo モデルの数値実験において、エッジ抽出や領域分割といった画像処理機能を実現し静止パターンとしての取得に成功した。通常、微分方程式の差分近似では時間刻みや空間刻みを細かくすることが近似精度の向上につながるが、Nomura らは粗い空間刻みを用い、連続系 (微分系) よりも離散系 (差分系) に近い領域で計算することで上述のパターンを得た。これらの空間パターンの報告は、その多くが 1, 2 次元空間に限定されている。近年では、3 次元空間での構造も報告されているが (SHOJI et al. (2007)), 自己組織パターンの画像処理的な振舞いに関する 3 次元での報告は存在しないようである。

本研究では反応拡散系の離散性と解の挙動との関係に注目し、3 次元空間でも画像処理的な振舞いが確認できるかどうかを調査した。なお本研究において、「離散性」とは数値計算における「空間刻みの粗さ」を示し「拡散係数の小ささ」と等しいと考える。

2. 数値実験

本研究では、(1) 式の FitzHugh-Nagumo モデルを用いて数値実験を行った。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_u \nabla^2 u + \frac{1}{\varepsilon} \{u(u-a)(1-u) - v\}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = D_v \nabla^2 v + u - bv \quad (1)$$

ここで、 $u=u(x,y,z,t)$, $v=v(x,y,z,t)$ であり、 D_u, D_v は拡散係数、 a, b, ε は系の状態を定める定数である。実際には、(1)式を Euler 陽解法で離散化した方程式を用い、時間刻みを Δt 、空間刻みを Δx 、格子数を $N \times N \times N$ とした。また、境界条件はノイマン条件、初期条件は u に対しては図1(a)のような立方体状の分布、 v へはゼロを与えた。

実験は、各パラメータを経験的に $a=0.1, b=1.0, \varepsilon=1.0 \times 10^{-4}, \Delta t=1.0 \times 10^{-4}, \Delta x=1.0 \times 10^{-2}, N=50, D_u/D_v=1/4$ に固定し、拡散係数 D_u を変化させたときの解の振舞いを観察した。図1は $D_u=4.0 \times 10^{-2}$ での変数 u の分布の時間変化であり、伝播波が観測された。図2(a)-(c)は、 $D_u=1.5 \times 10^{-4}, 0.5 \times 10^{-4}, 0.4 \times 10^{-4}$ における結果であり、それぞれ立方体（入力パターン）に対する面、辺、頂点の集合となった。これらは、時定数（北森ら(1996)）を目安とした十分な時間経過後（5000 ステップ目；時定数の数百倍）の静止パターンである。

3. 結果と考察

実験結果から 3 次元空間においても、離散的なパラメータ領域においてエッジ検出に対応する機能の存在が明らかとなった。一方、連続的な領域では伝播波やチューリングパターンなど従来の反応拡散系における報告と同様の現象が観測できた。また、3 次元空間に対する面（2次元構造）を抽出するパラメータと 2次元空間に対する線（1次元構造）を抽出するパラメータは等しいと分かった。これらより、離散的な領域において FitzHugh-Nagumo モデルが画像処理的に振舞う理由の理解が深まる可能性がある。

参考文献

北森, 北村 (1996), 自己組織化の化学, オーム社.

KUHNERT, L., AGLADZE, K. I. and KRINSKY V. I. (1989), Nature, 337, 244-247.

NOMURA, A., ICHIKAWA, M. and MIIKE, H. (1999), Proc. 10th Int. DAAAM symposium, 385-386.

SHOJI, H., YAMADA, K., UEYAMA, D. and OHTA, T. (2007), Physical Review E, 75, 046212-1-046212-13.

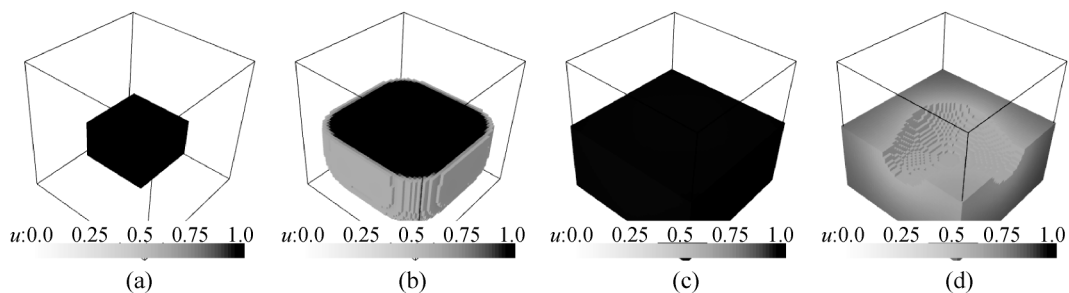


図1 FitzHugh-Nagumo モデルによる伝播波. u の分布の下半分のみを可視化した. (a) は初期条件の分布, (b)-(d)はそれぞれ. 100, 500, 940 ステップ目の分布である.

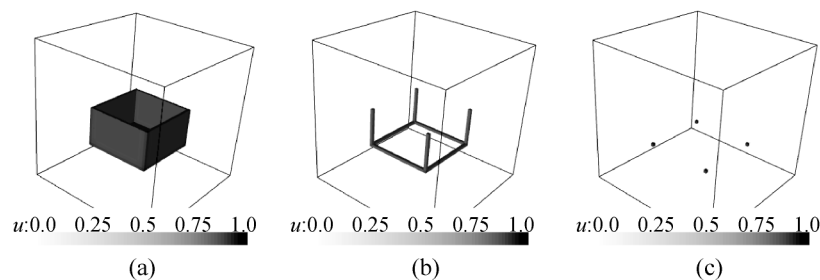


図2 FitzHugh-Nagumo モデルによるエッジ検出結果. それぞれ, (a) $D_u=1.5 \times 10^{-4}$, (b) $D_u=0.5 \times 10^{-4}$, (c) $D_u=0.4 \times 10^{-4}$ における定常パターン（下半分のみ表示）.