

# 胃電図を模擬した確率共鳴モデルの数値解析

松浦 康之<sup>1,2</sup>・高田 宗樹<sup>3</sup>

<sup>1</sup>名古屋市立大学大学院システム自然科学研究科 〒467-8501 名古屋市瑞穂区瑞穂町山の畑 1

<sup>2</sup>日本学術振興会特別研究員 〒102-8472 東京都千代田区一番町 8 番地

<sup>3</sup>岐阜医療科学大学保健科学部放射線技術科学科 〒501-3892 岐阜県関市市平賀字長峰 795-1

E-mail:y.matsuura@nsc.nagoya-cu.ac.jp

## Numerical Analysis of Stochastic Resonance Model of Electrogastrography

Yasuyuki MATSUURA<sup>1,2</sup>, Hiroki TAKADA<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Graduate School of Natural Sciences, Nagoya City University

Yamanohata, Mizuho-cho, Mizuho-ku, Nagoya 467-8501, Japan

<sup>2</sup>JSPS Research Fellow 1-8 Chiyoda-ku, Tokyo 102-8472, Japan

<sup>3</sup> Gifu University of Medical Science 795-1 Ichihiraga Nagamine, Seki, Gifu 501-3892, Japan

**Abstract:** In the last symposium, we have shown that a stochastic resonance model is appropriate for the description of electrogastrography (EGG). By calculating the translation error ( $E_{\text{trans}}$ ) and the maximum Lyapunov exponent ( $\lambda$ ), the numerical solutions of mathematical models are evaluated on an  $E_{\text{trans}}-\lambda$  plane. Herein, we discuss the optimal time step in the numerical analysis of the stochastic resonance model.

**Keywords:** Electrogastrography (EGG), Numerical analysis, Time step, Stochastic differential equation, Stochastic resonance

### 1. はじめに

胃の活動を無拘束・簡便に測定できるひとつの方法として胃電図がある。体表面から胃の電気活動を記録する試みは1921年 Alvarezによって初めて行われ、彼はこれを Electrogastrography (胃電図) と命名した[1]。胃電図記録は腹壁よりの誘導電位が低いため、心拍や横隔膜の影響を受けやすく、測定が困難であった。近年、計測技術の向上に伴い、胃電図は様々な形で測定が行われるようになった。しかし、実験では多様な疾患を対象とし、臨床応用を目的としたものが多く、健常者を対象として測定した胃電図の発生機序のモデル化の例は少ない。

そこで、筆者らはvan der Pol方程式に腸管運動に見立てた周期信号とホワイトノイズを加算した確率微分方程式

$$\dot{x} = y - 5 \text{grad}f(x) + s(t) + \mu w_1(t) \quad (1.1)$$

$$\dot{y} = -x + \mu w_2(t) \quad (1.2)$$

$$\text{s.t. } f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^2 \quad (2)$$

に着目し、数値シミュレーションを行った。ここで、周期関数  $s(t) = \sin \omega t$ 、白色雑音  $w_i(t) (i=1,2)$  の各項はそれぞれ腸管運動、微弱で不規則な筋層間電位振動に代表されるその他の生体信号にちなんだ。周期信号とノイズの干渉効果によって、系の出力における信号対雑音(Signal to noise, SN)比が、加算するノイズ(振幅)の大きさを変化させる事により、共鳴的に増大する現象(確率共鳴)が数値シミュレーションによっても見出されている。

筆者らは、この方程式の雑音係数  $\mu$  を変化させて、数値解を求め、並進誤差 ( $E_{\text{trans}}$ ) [2]と、最大リアプノフ指数 ( $\lambda$ ) [3]を用いて評価を行った。その結果、雑音係数  $\mu$  が10~13の整数値の範囲のときに、胃電図を模擬する数理モデルであった[4]。しかし、数値シミュレーションを行う際の時間ステップとしてどの値が最適であるかは不明である。そこで、本研究では時間ステップ  $h$  を変化させて、胃電図の数理モデルの検証を行った。

## 2. 方法

21~25歳の健常若年者14名の胃電図の測定（座位30分間、仰臥位150分間）を行い、測定した胃電図と確率微分方程式から生成した数値解のアトラクターの形を定量的に比較した。なお、本実験は名古屋市立大学大学院システム自然科学研究科倫理委員会の承認（第13号）を得ている。

本研究における胃電図に関する数値シミュレーションでは、式(1)に基づいて信号波形を作成した。式(1)を差分方程式に書き換え、4次のRunge-Kutta法により数値計算を行った。ここでは、初期値を(0, 0.5)に設定した。また、独立なホワイトノイズ  $w_1(t), w_2(t)$  をMersenne Twister(MT)法[5]にて生成した擬似乱数列にて与えた。この雑音係数  $\mu$  を10~13の整数値、時間ステップ  $h$  を0.01~0.1の範囲で0.01刻みで変化させて確率微分方程式の数値解を得た[4]。

確率微分方程式(1)の数値解から推定される並進誤差 ( $E_{\text{trans}}$ ) [2]および、最大リアプノフ指数 ( $\lambda$ ) [3]と、測定した胃電図から算出される( $E_{\text{trans}}, \lambda$ )とを以下の手順に従って、統計的に比較を行った。

- 1) 全252例の胃電図から  $E_{\text{trans}}$  と  $\lambda$  の平均±標準偏差を求める。
- 2) それぞれの数値解から  $E_{\text{trans}}$  と  $\lambda$  の値を求める。
- 3) 1)で求めた範囲に2)の値が含まれる比率（適合率）を計算する。

## 3. 結果・考察

Waylandアルゴリズムから推定される並進誤差と、Rosensteinのアルゴリズムから算出される最大リアプノフ指数を用いて、胃電図と確率微分方程式(1)の数値シミュレーション結果を比較検討した。最も高い適合率を取る雑音係数  $\mu$  と時間ステップ  $h$  の値を求めた。その結果、 $(\mu, h) = (11, 0.07)$  のときに最も高い適合率(95%)をとり（表1）、胃電図を模擬するための数値解析条件を得た。

表1 シミュレーション時系列の適合率 (%)

$\mu \backslash h$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
10	0	65	85	70	60	50	75	60	70	80
11	0	55	75	85	70	70	95	85	80	70
12	0	65	65	85	70	70	65	75	65	70
13	5	20	45	85	90	65	75	80	60	40

### 参考文献

- [1] W.C. Alvarez (1922) Journal of the American Medical Association, 78, 1116-1119.
- [2] R. Wayland, D. Bromley, D. Pickett (1993) Physical Review Letter, 70, 580-582.
- [3] S. Sato, M. Sano, Y. Sawada (1987) Progress of Theoretical Physics, 77(1), 1-5.
- [4] 松浦康之、高田宗樹、横山清子、嶋田勝彦(2008) 形の科学会誌, 23(1), 39-40.
- [5] M. Matsumoto, T. Nishimura (1998) ACM Transaction Modeling and Computer Simulation, 8(1), 3-30.