

Swarm Oscillators モデルの”Membrane”パターン

”Membrane” pattern in Swarm Oscillators model

飯田一輝^A、田中ダン^{A,B}

Kazuki Iida^A, Dan Tanaka^{A,B}

福井大工^A、JST さきがけ^B、福井県福井市文京 3-9-1

Grad Schl of Eng, Univ of Fukui^A, JST PRESTO^B,

3-9-1 Bunkyo, Fukui City, Fukui Prefecture

fh040032@u-fukui.ac.jp

概要

Systems constituted by interacting motile elements are ubiquitous. For example, optimization of ant colony, behavior of polar molecules. Swarm Oscillators model is derived by means of center manifold reduction methods at a multiple bifurcation point of systems like these. This model exhibits a rich spatio-temporal patterns depending on parameters. Now, we concentrate ”Membrane” pattern. At the membrane pattern, most oscillators exhibit membranal alignment, and other oscillators are surrounded by the membrane.

Keywords

coupled elements, chemotaxis oscillators, pattern forming

1 Swarm Oscillators モデル

Swarm Oscillators モデルは、非平衡下における分子や細胞を模したモデルの、ある多重分岐点から導出された標準形であ

る [1]。このモデルの位相方程式版は以下の式で表される。

$$\dot{\psi}_i = \sum_{i \neq j} e^{-|\mathbf{R}_{ji}|} \sin(\Psi_{ji} + \alpha |\mathbf{R}_{ji}| - c_1),$$
$$\dot{\mathbf{r}}_i = c_3 \sum_{i \neq j} \hat{\mathbf{R}}_{ji} e^{-|\mathbf{R}_{ji}|} \sin(\Psi_{ji} + \alpha |\mathbf{R}_{ji}| - c_2)$$

ここで r_i と ψ_i は、位相振動子 i の座標と位相、 $\mathbf{R}_{ji} \equiv \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ 、 $\Psi_{ji} \equiv \psi_j - \psi_i$ 、 $\hat{\mathbf{R}}_{ji} \equiv \mathbf{R}_{ji}/|\mathbf{R}_{ji}|$ である。このモデルは4つの実パラメータ (c_1, c_2, c_3, α) とシステムサイズ、振動子数、空間次元によって様々な時空パターンを成す。我々は、これらのパターンのうち、二次元空間における”Membrane”パターン(図1左)に注目した。本講演では、Membraneパターン周辺の相や形成メカニズム、あるパラメータ範囲内で Membrane が漸近する終状態”Section of fruit”パターン(図1右)の特徴について述べる。

2 Membraneパターン

このパターンは、 $c_1 = 1.3, c_2 = 3, c_3 = 0.02, \alpha = 0$ 近傍で観察され、数個の振動子を他の振動子が囲う空間配置となる。時間

とともに、振動子群は配置を乱したり、また元の比較的まとまった状態へ戻り、を繰り返す。

このパラメータ近傍で相図(図2左)を作成したところ、大きく4つの相にわかれる事が判明した。またMembraneはある相境界付近で見られることが判った。上記4相は、2振動子系の解析によって説明出来る。Membraneの形成も、2振動子系の解析結果からの外挿で、以下のように理解できる。近い振動子同士は同位相同期し、同期クラスターができる。同位相振動子間には斥力が働き、クラスター外縁の振動子は離れる。離れた振動子はクラスターからの影響が指数関数的に減衰し、同期できなくなる。非同期振動子は、クラスターから斥力と引力の両方を受け、その場で揺らぐ。但し、平均的には引力が勝り、クラスターへ復帰する。上記を繰り返し、Membraneが形成されている。

平均的に引力が勝る点は、2素子系において位相差 Ψ と位置差 $|R|$ が拘束される不変曲線 $|\sin \Psi| = E \exp(a|R|)$ より説明できる。ここで、 E は初期値によって決まる保存量であり、 $a = -\cos c_1 / (c_3 \sin c_2)$ である。Membraneパターンにおいては $a \approx -94.7$ であり、 $|\sin \Psi|$ が減ると急激に $|R|$ が増える関数形である。このことは、逆に位相差 Ψ が0からほんの僅かずつだけで、 $|R|$ が小さな値をとることを意味する。多素子系であっても同様の傾向が見られるだろうから、非同期振動子が同期クラスターから受ける力は平均的には引力が勝ると結論できるであろう。

3 Section of fruit パターン

Membraneはあるパラメータ範囲内では、対称な静止終状態“Section of fruit”に至る。Section of fruitでは、内部の振動子と外部の振動子は各々異なる位相で同期して

いる。また、そのときの内外の位相差は、内外の振動子の構成数比に比例する(図2右)。

内部振動子、外部振動子同士には斥力が働き、内部振動子は外部振動子から遠ざかろうとし、外部振動子は内部振動子に近付こうとする。それらの力がつり合ってこのパターンが形成される。

参考文献

- [1] Dan Tanaka, General Chemotactic Model of Oscillators, Phys. Rev. Lett. **99**, 134103 (2007).

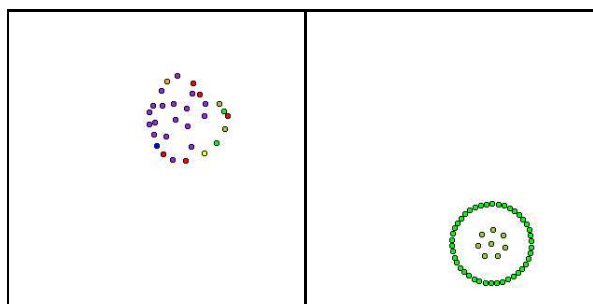


図1: Membrane(左)とSection of fruit(右)の典型例。振動子の二次元空間分布。グレースケールは振動子 i の位相 ψ_i を表す。

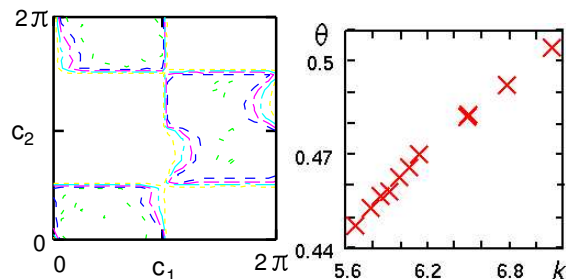


図2: Membrane周辺のパラメータ空間で、最近接振動子までの距離の平均を等高線で示した相図(左)。Section of fruitの内外の振動子の位相差 θ と構成数比 k の比例関係(右)。