

ソフトモード乱流における Brown 運動と揺らぎ定理

細川雄作、日高芳樹、甲斐昌一

九州大学工学研究院 〒819-0395 福岡市西区元岡 744

hosokawa@athena.ap.kyushu-u.ac.jp

Brownian Motion and Fluctuation Theorem in Soft-Mode Turbulence

Yusaku Hosokawa, Yoshiki Hidaka, Shoichi Kai

Graduate School of Engineering, Kyushu University, Fukuoka 819-0395

Abstract: The soft-mode turbulence (SMT) is a kind of spatiotemporal chaos observed in electroconvection of nematics and induced by the nonlinear interaction between convective modes and Goldstone modes. In order to study statistical properties of the SMT from the Lagrangian viewpoint, Brownian motions driven by the fluctuation of SMT under a constant force were observed. Based on the fluctuation theorem, we characterized the fluctuations by the temperature extended as a function of coarse-grained time.

Keywords: liquid crystal, spatiotemporal chaos, Brownian motions, soft-mode turbulence, fluctuation theorem

1. 緒言

液晶電気対流系において発見された時空カオスであるソフトモード乱流(SMT)の発生点は、対流の発生点と一致している。このため非常に弱い揺らぎを実現でき、SMTは時空カオスの揺らぎの基礎的性質を熱揺らぎとのアナロジーを用いて調べるのに適しているといえる。以前、SMTに微粒子を混入し、揺らぎによって駆動される Brown 運動を観測することで Lagrange 的視点から SMT の統計的性質を調べるという研究がなされている[1-3]。今回はさらにサンプルを立てることにより、粒子に重力が加わるようにして一定外力下での Brown 運動を観測した。その結果に対して揺らぎ定理の適用を試み、さらに通常の Brown 運動のアナロジーを利用して拡張された温度を導入して、SMTの統計的性質を調べた。揺らぎ定理とは揺らぎの影響で外力と逆方向に仕事が発生する確率を定量的に述べたものであり、 $P(w)/P(-w)=\exp(w\tau/\Theta)$ で表わされる。 w が仕事、 $P(w)$ が w のとる確率密度、 Θ が揺らぎの大きさを表すパラメータ(熱揺らぎの場合 $\Theta=k_B T$)、 τ が粗視化時間である。左辺は図 1 の矢印の長さの比に対応する。

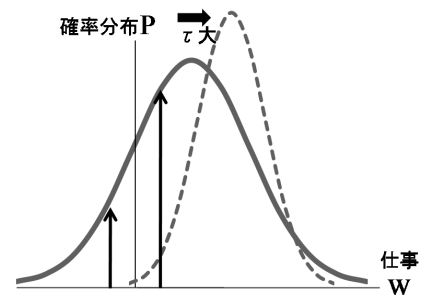


図 1 揺らぎ定理と仕事の分布の関係。

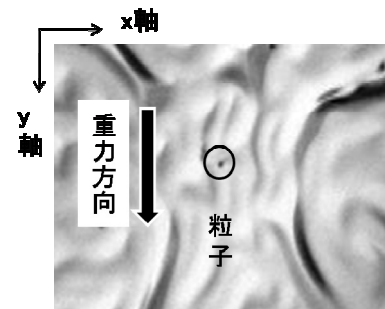


図 2 ソフトモード乱流中の Brown 粒子。

2. 実験

半径 $3.0\mu\text{m}$ の SiO_2 微粒子を混入した nematic 液晶 MBBA を用いて作製した垂直配向サンプルセルを垂直に配置し、液晶電気対流を発生させた。微粒子は揺らぎながら重力によって鉛直方向に落ちていく(図 2)。その y 座標の時間変化 $y(t)$ を測定し仕事 $w_\tau = f \cdot s_\tau / \tau$ を計算した。ここで τ は観測の時間間隔(粗視化時間)、 $s_\tau = \langle y(t+\tau) - y(t) \rangle_t$ である。 f は Brown 粒子にかかる一定外力で、重力と浮力の合力である。

3. 結果

仕事 w_τ の分布はほぼガウス分布を示した。次に $Y_\tau = \ln\{P(w_\tau)/P(-w_\tau)\}$ を定義し、 Y_τ を w_τ に対してプロットした。すると Y_τ はどの τ においても原点を通る w_τ に関する一次関数によく fit した(図 3)。このことから SMT による非熱的な揺らぎでも揺らぎ定理が成り立つことが示された。さらに、SMT の非熱的揺動を特徴づける温度を次の 2 つの方法で求めることを試みた。

① $Y(w)$ の傾きと揺らぎ定理を比較 : T_{FT}

② アインシュタインの関係式 $T = D\Gamma/k_B$ を仮定 : T_E

① は $Y(w)$ の傾きが $\tau/k_B T_{\text{FT}}$ であることを用いて T_{FT} を求めた。一方② は鉛直方向の長時間平均速度 \bar{v} を求め、さらに $s'_\tau = s_\tau - \bar{v}\tau$ とおいて外力存在下での 1 次元での拡散の式 $D(\tau) = |s'_\tau|^2 / 2\tau$ を用いてマクロな拡散係数 $D(\tau)$ を求めた。またマクロな摩擦係数も $\Gamma = f/\bar{v}$ によって求められる。そしてアインシュタインの関係式から得られる $T_E = D\Gamma/k_B$ を求めた。得られた T_{FT} および T_E を図 4 に示す。上記の様に異なった方法で求めた 2 つの温度は、 w の分布がガウス分布に近い約 100 秒までの範囲でよい一致を示した。この一致は SMT における揺らぎ定理成立の妥当性をさらに裏付けているといえる。またこの揺らぎに相当する温度は約 100 万 K と非常に大きな値になった。

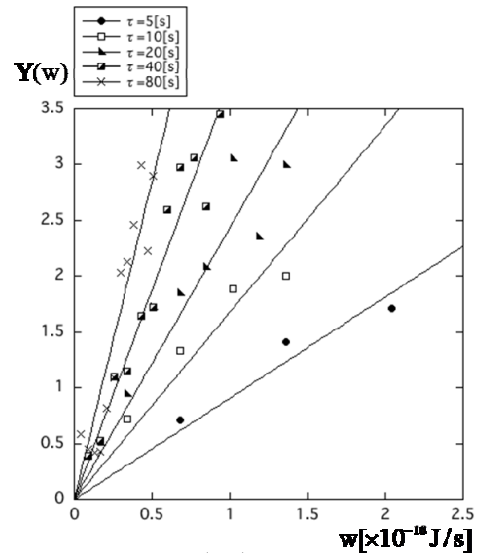


図 3 $Y_\tau(w_\tau)$ のプロット。

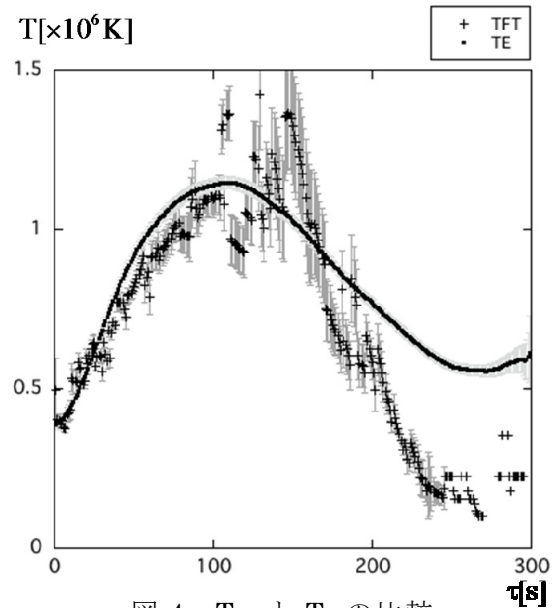


図 4 T_{FT} と T_E の比較。

4. まとめ

揺らぎ定理は SMT の非熱的マクロ揺らぎでも成り立つことがわかった。また SMT の非熱的揺動を、2 つの方法により導いた温度によって特徴づけることができ、さらに両者は良く一致した。この温度は粗視化時間 τ に依存して変化するが、その詳細は未解明である。

- 参考文献 : [1] K.Tamura, Y.Yusuf, Y.Hidaka, and S.Kai: J.Phys.Soc.Jpn.,70(2001),2805.
 [2] K.Tamura, Y.Hidaka, Y.Yusuf and S.Kai: Physica A.,306(2002),157.
 [3] Y.Hidaka, K.Tamura, and S.Kai: Prog.Theor.Phys.Suppl.,161(2006),1.